Máximo de modelos $\Psi-$INARMA(1,1) com falhas

Maria da Graça Temido
CMUC, Dep. de Matemática, Fac. de Ciências e Tecnologia, Univ. de Coimbra, *mgtm@mat.uc.pt*
Sandra Dias
CM-UTAD, CEMAT, Dep. de Matemática, Univ. de Trás-os-Montes e Alto Douro, *sdias@utad.pt*

Palavras–chave: Teoria de valores extremos, Classe de Anderson, Sucessões estacionárias inteiras

Resumo: Nas últimas duas décadas o estudo de modelos construídos a partir de processos estocásticos de variáveis inteiras tem recebido a atenção de muitos autores.
Dada uma variável aleatória (v.a.) inteira X e $\eta \in]0,1[$, Aly e Bouzar [1] introduzem o operador aleatório $\odot_F$ o qual faz corresponder ao par (η, X) a variável operada $\eta \odot_F X \equiv Y_1 + Y_2 + ... + Y_X$, onde $\{Y_i\}$ é uma sucessão de v.a.'s i.i.d. independente de X, com função geradora de probabilidades $\phi_{-\ln \eta}(s)$ pertencente a um semigrupo adequado. No caso em que as v.a.'s Y_i possuem lei de Bernoulli, $\odot_F$ representa o operador aleatório Binomial, aqui denotado por $\star$, introduzido por van Harn et al. [3] e bem conhecido nestes contextos. Aly e Bouzar estudam o processo INAR(1) generalizado descrito pela equação $X_n = \eta \odot_F X_{n-1} + \epsilon_n$, onde $0 < \eta < 1$ e $\{\epsilon_n\}$ é uma sucessão de v.a.'s inteiras i.i.d., independentes das variáveis Y_i.
Em McKenzie [4] é introduzido o processo INARMA(1,1) com falhas definido por $X_n = \beta \star Z_n + V_n W_{n-1}$, com $W_n = \alpha \star W_{n-1} + U_n Z_n$, onde $\{Z_n\}$, $\{U_n\}$ e $\{V_n\}$ são sucessões de v.a.'s i.i.d., $\{U_n\}$ e $\{V_n\}$ têm ambas distribuição de Bernoulli (com parâmetros α e β, respetivamente) e W_0 é independente de todas as outras v.a.'s.
Neste trabalho consideramos uma extensão do modelo de McKenzie na forma $X_n = \beta \odot_F Z_n + V_n W_{n-1}$, onde $W_n = \alpha \odot_F W_{n-1} + U_n Z_n$, com $\{Z_n\}$, $\{U_n\}$ e $\{V_n\}$ sob as mesmas hipóteses, a que chamamos processo INARMA(1,1) generalizado com falhas. Depois de provada a estacionaridade forte do processo, validamos o comportamento de independência assintótica e de dependência local induzido pelas condições $D_{k_n}(u_n)$ e $D'_{k_n}(u_n)$, introduzidas em Temido e Canto e Castro [5], onde $\{k_n\}$ é uma sucessão de inteiros não decrescente tal que $k_{n+1}/k_n \to r > 1, n \to +\infty$. Nestas condições, as sucessões $P(M_{k_n} \leq x + b_n)$ e $F_{X_1}^{k_n}(x + b_n)$ convergem para o mesmo limite. Quanto à distribuição marginal do processo, assumimos que $\{Z_n\}$ pertence à classe de Anderson ([2]), isto é, à classe das f.d.'s F que verificam $(1 - F(n-1))/(1 - F(n)) \to r > 1, n \to +\infty$, e provamos que o mesmo acontece com $\{W_n\}$ e $\{X_n\}$.
Estabelecidos estes resultados, concluímos que a sucessão de máximos do processo INARMA(1,1) generalizado com falhas é atraída em distribuição para uma distribuição de Gumbel discreta.

Bibliografia

[1] Aly, E.A., Bouzar, N. Stationary solutions for integer-valued autoregressive processes. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 1, 1–18, 2005.

[2] Anderson, C.W. Extreme value theory for a class of discrete distribution with applications to some stochastic processes. *Journal of Applied Probability*, 7, 99-113, 1970.

[3] van Harn, K., Steutel, F.W., Vervaat, W. Self-decomposable discrete distributions and branching processes. *Z. Wahrsch. Verw. Gebiete*, 61, 97–118, 1982.

[4] McKenzie, E. Auto regressive-moving-average processes with negative binomial and geometric marginal distribution. *Advances in Applied Probability*, 18, 679–705, 1986.

[5] Temido, M.G., Canto e Castro, L. Max-semistable laws in extremes of stationary random sequences. *Theory of Probability and its Applications*, 47, 365–374, 2003.