

Encontro anual dos alunos do 3º ciclo em Matemática e Aplicações

10 DE JULHO DE 2019

PROGRAMA:

- **10h00-10h40: PATRÍCIA MELO ROCHA**
- **10h40-11h20: NADAB ISMAEL CUMBI JORGE**
- **11h20-11h40: PATRÍCIA ANTUNES**
- **11h40-12h00: A. CAIUVE**

PAUSA PARA ALMOÇO

- **14h00-14h20: LOPO FERREIRA DE JESUS**
- **14h20-14h40: ZACARIAS PANGA PEDRO**
- **14h40-15h00: DOMINGOS SALOMÃO**
- **15h00-15h20: DINIS VENTURA GONÇALVES AMARO**

LANCHE CONVÍVIO

RESUMOS

Aluno: Patrícia Melo Rocha

Orientador: Jorge Manuel dos Reis Gama

Coorientadora: Maria da Assunção Morais e Cunha Vaz Patto

Título: Análise de Dados Funcionais de Ondas Cerebrais

Resumo: A Análise de Dados Funcionais, popularizada no início dos anos 2000 por J. O. Ramsay e B. W. Silverman, consiste em técnicas e métodos avançados de Estatística, cujos dados a analisar são ou poderão transformar-se em curvas. Recentemente, métodos não-lineares foram propostos como uma nova abordagem para classificar o estágio no eixo vigília-sono (ou período hipnagógico), devido ao facto de que o sinal EEG (eletroencefalograma) parece ser gerado tanto pela dinâmica neuronal linear como não-linear. Pretendemos dar uma visão geral das técnicas e métodos para dados funcionais que poderão ser úteis no estudo preliminar das mudanças na atividade cerebral durante a transição da vigília para o sono usando sinais do EEG.

Palavras-Chave: Análise de Dados Funcionais; Ondas Cerebrais; Período Hipnagógico; EEG.

Referências

- [1] F. Ferraty, P. Vieu. (2006). Nonparametric Functional Data Analysis. Springer Science and Business Media, New York.
- [2] Kandel, E. R. [et al.]. (2014). Princípios de Neurociências, 5ª edição. Artmed, Porto Alegre.
- [3] Morettin, P. A., Pinheiro, A., Vidakovic, B. (2017). Wavelets in Functional Data Analysis. Springer Briefs in Mathematics.
- [4] Ramsay, J. O., Silverman, B. W. (2005). Functional Data Analysis, 2nd Edition. Springer Science+Business Media, Inc.
- [5] Tautum, W. O. [et al.]. (2014). Handbook of EEG interpretation. Demos Medical, New York.

Aluno: Nadab Ismael Cumbi Jorge

Orientadores: Célia Nunes e Filipe J. Marques (FCT - UNL)

Título: Soma de um número aleatório de variáveis aleatórias independentes e suas aplicações.

Resumo: A distribuição exata ou aproximada da soma de um número aleatório, N , de variáveis aleatórias (v.a.) independentes e identicamente distribuídas (i. i. d.), X_1, X_2, \dots, X_N , é um tópico fundamental no tratamento de diversos fenómenos na área do atuariado. Porém, a determinação da distribuição desta soma nem sempre é trivial. Este facto leva-nos a desenvolver este tópico e vem na sequência dos trabalhos desenvolvidos em [2,3,4], no âmbito do estudo de problemas relacionados com somas, produtos e combinações lineares de v.a.

independentes para um número fixo de v.a.. Pretende-se assim dar continuidade a estes trabalhos, considerando agora um número aleatório de v.a.. Este enquadramento pode assumir particular interesse na gestão de risco em problemas nas áreas dos Seguros e Gestão, por exemplo no estudo da distribuição associada a perdas ou indemnizações acumuladas, onde o número de perdas é usualmente considerado aleatório [1,5,8]. Neste seminário serão apresentados os principais objetivos e alguns conceitos fundamentais para o desenvolvimento do presente projeto de tese. Serão ainda apresentados os resultados até agora obtidos, em que propomos uma técnica computacional para aproximar a distribuição da soma de um número aleatório de v.a. em que $X_i, i = 1, \dots, N$, seguem uma distribuição Loggamma e N uma distribuição de Poisson.

Palavras-Chave: soma de variáveis aleatórias, número aleatório de variáveis aleatórias, mistura de distribuições, distribuição de perdas agregadas.

Referências

- [1] Heckman, P. & Meyers, G. (1983). The calculation of aggregate loss distributions from claim severity and claim count distributions Proceedings of the Casualty Actuarial Society, 70, 22-61. 1.
- [2] Marques, F.J., Coelho C.A. & de Carvalho, M. (2015). On the distribution of linear combinations of independent Gumbel random variables. Statistics and Computing, 25, 683-701.
- [3] Marques, F.J., & Loingeville, F. (2016). Improved near-exact distributions for the product of independent Generalized Gamma random variables. Computational Statistics & Data Analysis, 102, 55-66.
- [4] Marques, F.J., Loots, MT, & Bekker, A. (2019). A. Series representations for densities functions of a family of distributions – Application to sums of independent random variables. Math Meth Appl Sci. <https://doi.org/10.1002/mma.5463>.
- [5] Mohamed, M.A., Razali A.M. & Ismail, N. (2010). Approximation of Aggregate Losses Using Simulation. Journal of Mathematics and Statistics, 6 (3), 233-239.
- [6] Nunes, C., Ferreira, D., Ferreira, S.S. & Mexia, J. T. (2014). Fixed effects ANOVA: An extension to samples with random size. Journal of Statistical Computation and Simulation. Vol. 84(11), pp 2316-2328. doi: 10.1080/00949655.2013.791293
- [7] Nunes, C., Capristano, G., Ferreira, D., Ferreira, S.S. & Mexia, J. T. (2019). Exact critical values for one-way fixed effects models with random sample sizes. Journal of Computational and Applied Mathematics. Vol. 354, pp. 112-122. doi: 10.1016/j.cam.2018.05.057.
- [8] Shevchenko, P.V. (2010). Calculation of aggregate loss distributions. The Journal of Operational Risk, 5(2), 3-40.

Aluno: Patrícia Antunes

Orientador(es): Sandra Ferreira e Dário Ferreira

Título: Cumulantes em Modelos Lineares Mistos

Resumo: O objetivo deste seminário é apresentar um novo método, baseado no método dos mínimos quadrados, para estimar os cumulantes, até à quarta ordem, em modelos lineares mistos.

Os momentos de uma distribuição de probabilidade proporcionam um conjunto de parâmetros úteis para aferir as propriedades de uma função de distribuição. No entanto, existe outro conjunto de parâmetros, designados por cumulantes que são importantes na descrição de uma variável aleatória, sendo uma alternativa aos momentos.

Os cumulantes de ordem superior a dois possuem muitas propriedades interessantes. Podem estabelecer-se relações entre os momentos e os cumulantes, tendo estes últimos interpretações mais simples.

O primeiro cumulante coincide com o valor esperado da distribuição, o segundo com a variância e o terceiro com o momento central de ordem três. Porém, o quarto cumulante e os cumulantes de ordem superiores a quatro não são iguais aos momentos centrais. Assim, enquanto que o cálculo dos estimadores dos cumulantes de segunda e terceira ordem não oferece problemas, na obtenção do estimador do quarto cumulante os cálculos deixam de ser diretos, necessitando de um par de modelos por forma a se obter estimadores centrados.

A relevância dos resultados obtidos será ilustrada através de simulações, considerando uma aplicação com cruzamento de dois fatores (A com dois níveis e B com três níveis), cujos cálculos foram obtidos através do software R.

Palavras-Chave: Cumulantes, Modelos Lineares Mistos, Momentos.

Referências

[1] Balakrishnan, N., Johnson, N.L. & Kotz, S. (1998). A note on relationships between moments, central moments and cumulants from multivariate distributions, *Stat Probabil Lett.*, 39, 49-54.

[2] Craig, C.C. (1931). On A Property of the Semi-Invariants of Thiele. *The Annals of Mathematical Statistics*, 2 (2), 154-164.

[3] M.G. Kendall, M.G., Stuart, A. & Ord., J.K. (1987). *Kendall's Advanced Theory of Statistics*, London: Griffin.

[4] P. Antunes, S. S. Ferreira, D. Ferreira & Mexia, J.T. (2019). Results related to Higher-Order Moments and Cumulants, in *Book of Abstracts of VI Workshop on Computational Data Analysis and Numerical Methods*, University of Beira Interior, Covilhã, June, 27-29.

[5] P. Antunes, S. S. Ferreira, C. Nunes, D. Ferreira & Mexia, J.T. (2019). Cumulant Generating Functions: a simulation study in *Book of Abstracts of WSMCXIII*, Universidade Aberta, Lisboa, June, 3-5.

[6] P. Antunes, S. S. Ferreira, C. Nunes, D. Ferreira and Mexia & J.T. (2019). First four order cumulants, in *Mixed Models in Book of Abstracts of XXVI Jornadas de Classificação e Análise de Dados (JOCLAD2019)*, Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu, 11-13 de Abril.

[7] P. Antunes, S. S. Ferreira, C. Nunes, D. Ferreira & Mexia, J.T. (2018). Explicit relations between cumulants and moments, in *Book of Abstracts of WSMC12, 12th Workshop on Statistics, Mathematics and Computation*, In Honour of Professor Carlos Braumann, Covilhã, November, 9-10.

[8] P. Antunes, S. S. Ferreira, C. Nunes, D. Ferreira & Mexia J.T. (2018). Fourth Central Moment, in *Book of Abstracts of V Workshop on Computational Data Analysis and Numerical Methods (WCDANM)*, ESTG, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico do Porto, Felgueiras, May, 11-12.

[9] Smith, P.J. (1995). A Recursive Formulation of the Old Problem of Obtaining Moments from Cumulants and Vice Versa. *Am Stat.*, 49 (2), 217-218.

Aluno: A. Caiuve

Orientador: Celino Miguel

Título: Identidades de tipo Menon em subgrupos de unidades.

Resumo: Seja S um subconjunto não vazio do grupo das unidades do anel das classes residuais módulo n . Provamos uma identidade múltipla semelhante à bem conhecida identidade de Menon, mas com a soma restringida a S . Provamos também uma identidade com polinômios referente a S .

Palavras-Chave: Euler totient function; Greatest common divisor; Group Character; Menon identity.

Referências

[1] Apostol, Tom M., Introduction to analytic number theory. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976.

[2] Haukkanen, Pentti, Menon's identity with respect to a generalized divisibility relation. *Aequationes Math.* 70, (2005), no. 3, 240-246.

[2] Haukkanen, P.; Wang, J., A generalization of Menon's identity with respect to a set of polynomials. *Portugal. Math.* 53(1996), no. 3, 331-337.

[4] Haukkanen, Pentti; Wang, Jun, High degree analogs of Menon's identity. *Indian J. Math.* 39 (1997), no. 1, 37-42.

[5] Li, Yan; Hu, Xiaoyu; Kim, Daeyeoul, A generalization of Menon's identity with Dirichlet characters. *Int. J. Number Theory* 14 (2018), no. 10, 2631-2639.

[6] Li, Yan; Kim, Daeyeoul, Menon-type identities with additive characters. *J. Number Theory* 192 (2018), 373-385.

[7] Li, Yan; Kim, Daeyeoul, Menon-type identities derived from actions of subgroups of general linear groups. *J. Number Theory* 179 (2017), 97-112.

[8] Luong, Bao, Fourier analysis on finite abelian groups. *Applied and Numerical Harmonic Analysis*. Birkhuser Boston, Inc., Boston, MA, 2009.

[9] Menon, P.K., On the sum $\sum_{(a,n)=1}^{a-1} a^{-1}$, *J. Indian Math. Soc.* 29 (1965), 155-163.

[10] Miguel, C., Menon's identity in residually finite Dedekind domains. *J. Number Theory* 137 (2014), 179-185.

[11] Tarnauceanu, Marius, A generalization of Menon's identity. *J. Number Theory* 132 (2012), no. 11, 2568-2573.

[12] Neukirch, Jrgen, Algebraic number theory. Springer-Verlag, Berlin, 1999.

- [13] Toth, L., Menon-type identities concerning Dirichlet characters. *Int. J. Number Theory* 14 (2018), no. 4, 1047-1054.
- [14] Toth, L., Menon's identity and arithmetical sums representing functions of several variables. *Rend. Semin. Mat. Univ. Politec. Torino* 69 (2011), no. 1, 97-110.
- [15] Richards, I. M., A remark on the number of cyclic subgroups of a finite group. *Amer. Math. Monthly* 91 (1984), no. 9, 571-572.
- [16] Sury, B., Some number-theoretic identities from group actions. *Rend. Circ. Mat. Palermo* (2) 58 (2009), no. 1, 99-108.

Aluno: Lopo Ferreira de Jesus

Orientadores: César Silva e Helder Vilarinho

Título: Modelo eco-epidemiológico geral

Resumo: Nesta apresentação consideramos um modelo eco-epidemiológico geral nos casos autónomo, periódico (com doença na presa e outro com doença no predador) e o modelo com um dos coeficientes aleatórios e os outros constantes. No caso autónomo, estudamos os pontos de equilíbrio dos sistemas auxiliares e provamos que eles são localmente assintoticamente estáveis; estudamos também a extinção e persistência do predador e da presa infectada para estes modelos. No caso periódico e em ambas as situações, mostramos a existência de uma região invariante e estudamos também as condições de persistência e extinção das da presa infectada e do predador. Finalmente, para o caso com coeficientes aleatórios, provamos a existência de um atrator global aleatório.

Palavras-Chave: sistema eco-epidemiológico; estabilidade; persistência e extinção; atrator aleatório

Referências

- [1] M. Garrione and C. Rebelo, Persistence in seasonally varying predator-prey systems via the basic reproduction, *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 30, 73--98 (2016).
- [2] W. Wang, X.-Q. Zhao, Threshold dynamics for compartmental epidemic models in periodic environments, *J. Dynam. Differential Equations* 20(3), 699-717 (2008)
- [3] Xingge Niu, Tailei Zhang, Zhidong Teng, The asymptotic behavior of a nonautonomous eco-epidemic model with disease in the prey, *Applied Mathematical Modelling* 35, 457-470 (2011).
- [4] C. M. Silva, Existence of Periodic Solutions for Eco-Epidemic Model with Disease in the Prey, accepted for publications in *J. Math. Anal. Appl.*
- [5] T. Caraballo, R. Colluci, A comparison between random and stochastic modeling for a SIR model. *CPAA*, 151-162 (2017).
- [6] X. Han-P. Kloeden, Random Ordinary Differential Equations and Their Numerical Solution, Springer, 2017.

Student: Zacarias Panga Pedro

Advisor: Luísa Pereira

Title: Some asymptotic results on the maxima and minima of non-stationary random fields with extremal index.

Abstract: Let $\{Z(x)\}$ be a non-stationary random field, defined over discrete subsets of \mathbb{R}^2 , satisfying a coordinatewise-mixing condition and a local dependence condition which restricts the local path behavior of high and low values. We show that the maximum and minimum of the random field are asymptotically independent even when there is clustering of low and high values, thus extending the result of Panga and Pereira (2018) that they are asymptotically independent when the random field has extremal index equals to unit. Last but not least, we stated the almost sure limit theorem on the joint version of maxima and minima.

Key Words: Random field, spatial extremal index, dependence conditions, almost sure limit theorem.

Refereces

- [1] Adler, R.A. (1981). The Geometry of Random Fields. John Wiley, New York.
- [2] Berkes, I., Csáki, E. (2001). A universal result in almost sure central limit theorem. Stoch. Process. Appl., 94, 105-134.
- [3] Cheng, S., Peng, L., Qi, Y. (1998). Almost sure convergence in extreme value theory. Math. Nachr., 190, 43-50.
- [4] Pereira, L., Tan, Z. (2017). Almost Sure Convergence for the Maximum of Nonstationary Random Fields. Journal of Theoretical Probability, 30(3), 996-1013.
- [5] Panga, Z. and Pereira, L. (2018). On the maxima and minima of complete and incomplete samples from nonstationary random fields. Statistics and Probability Letters, 137, 124-134.
- [6] Pereira, L., Martins, A.P. and Ferreira, H (2017). Clustering of high values in random fields. Extremes, 20(4), 807-838.

Aluno: Domingos Salomão

Orientadores: Henrique F. da Cruz e Rosário Fernandes

Título: Classes de matrizes (0,1) onde a ordem de Bruhat e a ordem de Bruhat secundária coincidem

Resumo: Dados dois vetores de inteiros positivos e não crescentes R e S , com a mesma soma, denotamos por $A(R,S)$ a classe de todas as matrizes (0,1) cujo vetor soma das linhas é R e o vetor soma das colunas é S . A ordem de Bruhat e a ordem de Bruhat secundária são ambas extensões da bem conhecida ordem de Bruhat de S_n , o grupo simétrico de grau n . Em geral estas duas

relações são diferentes. Nesta apresentação vamos mostrar que se $R=(2,2,\dots,2)$ ou se $R=(1,1,\dots,1)$ a ordem de Bruhat e a ordem de Bruhat secundária coincidem em $A(R; S)$.

Palavras-Chave: matrizes $(0,1)$; relação de ordem parcial; ordem de Bruhat ; ordem de Bruhat secundária

Referências

- [1] R.A. Brualdi and S.-G. Hwang, A Bruhat order for the class of $(0; 1)$ -matrices with row sum vector R and column sum vector S , *Electronic Journal of Linear Algebra*, 12 (2004), 6-16.
 - [2] R.A. Brualdi and L. Deaett, More on the Bruhat order for $(0; 1)$ -matrices, *Linear Algebra and its Applications*, 421 (2007) 219-232.
 - [3] R. Fernandes, H. F. da Cruz, D. Salomão, Classes of $(0; 1)$ -matrices where the Bruhat order and the Secondary Bruhat order coincide, aceite para publicação em *Order*.
-

Aluno: Dinis Ventura Gonçalves Amaro

Orientadores: Mário Bessa e Helder Vilarinho

Título: Expoentes de Lyapunov em sistemas diferenciais lineares cinéticos

Resumo: Neste seminário apresentaremos alguns resultados do estudo dos expoentes de Lyapunov associados a fluxos provenientes de equações lineares homogêneas de segunda ordem com coeficientes variando com o tempo. Pretendemos mostrar que, sob o ponto de vista de uma topologia do tipo L^p , estes sistemas têm abundantemente (i.e., L^p genericamente) espectro de Lyapunov trivial.

Palavras-Chave: Cociclos Lineares, Sistemas Diferenciais Lineares, Teorema Ergódico Multiplicativo, Expoentes de Lyapunov.

Referências

- [1] A. Arbieto, J. Bochi, L^p -generic cocycles have one-point Lyapunov spectrum, *Stochastics and Dynamics* 3 (2003) 73--81. Corrigendum. *ibid*, 3 (2003) 419--420.
 - [2] J. Bochi, Genericity of zero Lyapunov exponents, *Ergod. Theory and Dyn. Syst.* 22 (2002) 1667--1696.
 - [3] M. Bessa, H. Vilarinho, Fine properties of L^p -cocycles which allows abundance of simple and trivial spectrum. *Journal of Differential Equations*, 256, 7 (2014) 2337--2367.
-